

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ  
ЕЛЕКТРОНСКИ ФАКУЛТЕТ

Александра Медведева 4 · Поштански фах 73  
18000 Ниш · Србија  
Телефон 018 529 105 · Телефакс 018 588 399  
E-mail: [efinfo@elfak.ni.ac.rs](mailto:efinfo@elfak.ni.ac.rs); <http://www.elfak.ni.ac.rs>  
Текући рачун: 840-1721666-89; ПИБ: 100232259



UNIVERSITY OF NIŠ  
FACULTY OF ELECTRONIC ENGINEERING

Aleksandra Medvedeva 4 · P.O. Box 73  
18000 Niš - Serbia  
Phone +381 18 529 105 · Fax +381 18 588 399  
E-mail: [efinfo@elfak.ni.ac.rs](mailto:efinfo@elfak.ni.ac.rs)  
<http://www.elfak.ni.ac.rs>

ДЕКАН

23.12.2025. године

ОБАВЕШТЕЊЕ

У складу са чланом 75. став 7. Закона о високом образовању („Сл. гласник РС“, бр. 88/17, 27/18 - др. закон, 73/18, 67/19 и 6/20-др. закони, 11/21-аутентично тумачење, 67/21, 67/21 др. закон, 76/23 и 19/25), чланом 167. Статута Универзитета у Нишу („Гласник Универзитета у Нишу“ бр. 1/24, 4/24, 5/24, 1/25 и 2/25) и члановима 19. став 1. и 56. Правилника о поступку стицања звања и заснивања радног односа наставника Универзитета у Нишу („Гласник Универзитета у Нишу“ бр. 5/22, 2/24 и 3/24), Извештај Комисије за писање извештаја о пријављеним учесницима конкурса, који је објављен дана 07.11.2025. године у листу „Народне новине“, за *избор једног наставника у звање доцент за ужу научну област Математика (кандидат др Хранислав Станковић)* ставља се на увид јавности до 01.02.2026. године.

Извештај се може погледати на сајту Факултета (Информације/Обавештења/Избори у звања 2025) и Универзитета и у Библиотеци Факултета.

Примедбе на наведени Извештај достављају се декану Факултета у напред наведеном року.

ЕЛЕКТРОНСКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ

Декан

  
Проф. др Владимир Тирић

|                  |             |
|------------------|-------------|
| Примљено         | 23.12.2025. |
| Број             |             |
| 03/01-065/25-004 |             |

## ИЗБОРНОМ ВЕЋУ ЕЛЕКТРОНСКОГ ФАКУЛТЕТА У НИШУ

**Предмет:** Извештај Комисије о пријављеним кандидатима за избор наставника у звање **доцент** за ужу научну област **Математика**

Одлуком Научно-стручног већа за природно-математичке науке Универзитета у Нишу број 817-01-11/25-6 од 19.11.2025. године, а на предлог Изборног већа Електронског факултета у Нишу, именована је Комисија за писање извештаја о пријављеним кандидатима на конкурс за избор једног наставника у звање доцент за ужу научну област Математика на Електронском факултету (у даљем тексту Комисија) у следећем саставу:

1. др Слађана Маринковић, редовни професор Електронског факултета у Нишу, председник (ужа научна област: Математика),
2. др Душан Милошевић, редовни професор Електронског факултета у Нишу, члан (ужа научна област: Математика),
3. др Драгана Цветковић Илић, редовни професор Природно-математичког факултета у Нишу, члан (ужа научна област: Математика).

После увида у материјал приложен уз конкурсну пријаву Комисија подноси следећи

### ИЗВЕШТАЈ

На конкурс објављен у дневном листу „Народне новине” дана 07.11.2025. године за избор једног наставника у звање доцент за ужу научну област Математика пријавио се један кандидат, **др Хранислав Станковић**, асистент Електронског факултета у Нишу (пријава поднета 19.11.2025. године и заведена под бројем 03/01-064/25).

#### 1. БИОГРАФСКИ ПОДАЦИ КАНДИДАТА

##### 1.1. Лични подаци

Хранислав Станковић је рођен 10. августа 1994. године у Прокупљу. Живи у Житорађи.

##### 1.2. Подаци о досадашњем образовању

Основну школу „Топлички хероји” у Житорађи Хранислав Станковић је завршио као носилац дипломе „Вук Караџић” и титуле ђака генерације. Гимназију у Прокупљу је такође завршио као носилац дипломе „Вук Караџић”. Током школовања учествовао је на такмичењима из математике, српског језика и биологије и освајао прва места на окружним такмичењима. Добитник је и бројних признања на различитим литерарним и музичким такмичењима.

Основне академске студије на студијском програму Математика на Природно-математичком факултету у Нишу започео је школске 2013/2014. године и завршио 2016.



године са просечном оценом 10. Исте године уписао се на студијски програм Математика мастер академских студија на Природно-математичком факултету у Нишу. Студије је завршио 2018. године са просечном оценом 9.88, а мастер рад под насловом „Карактеризација оператора ранга 1” одбранио је са оценом 10.

На докторске академске студије, студијски програм Математика на Природно-математичком факултету у Нишу, уписао се школске 2018/2019. године и све испите положио са просечном оценом 10. Докторску дисертацију „Subnormal operators: a multivariable operator theory perspective” одбранио је 4. 7. 2024. године и тиме стекао научни назив Доктор наука – математичке науке.

Током студија два пута је био корисник стипендије „Доситеја”. Добитник је „Светосавске повеље” за изузетан успех постигнут на докторским академским студијама.

### 1.3. Професионална каријера

Хранислав Станковић је 2019. године изабран у звање истраживач-приправник на Природно-математичком факултету Универзитета у Нишу и био учесник научно-истраживачког пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије „Проблеми нелинеарне анализе, теорије оператора, топологије и примена” (ОП17402). На Природно-математичком факултету био је ангажован за реализацију вежби из предмета Математичка логика и теорија скупова, Линеарна алгебра, Елементарна математика 1, Увод у топологију и Математичка анализа 3 на основним и Теорија оператора, Теорија скупова, Теорија фиксне тачке и примене и Алгебарска топологија на мастер академским студијама.

Од јануара 2021. године ради као асистент при Катедри за математику на Електронском факултету Универзитета у Нишу, где је ангажован за извођење вежби из предмета Математика 1, Математика 2, Математика 3, Вероватноћа и статистика, Математички методи, Математичке основе теорије система и Нумерички алгоритми.

## 2. НАУЧНОИСТРАЖИВАЧКИ И СТРУЧНИ РАД КАНДИДАТА

Кандидат др Хранислав Станковић свој научноистраживачки рад остварује у области функционалне анализе и теорије оператора. Аутор је или коаутор **25** научних радова објављених у међународним часописима са високим импакт фактором, и то: **7** категорије **M21a**, **16** категорије **M21** и **2** рада категорије **M22**. Део резултата изложио је на националном научном скупу са међународним учешћем.

Осим у научноистраживачком раду, кандидат је дао допринос и рецензирању научних радова у више врхунских међународних часописа.

### 2.1. Списак научних радова и осталих публикација

#### а) Радови објављени у водећим међународним часописима категорије M21a:

- a.1. H. Stanković, M. Krstić, *Numerical and spectral radius of weakly\* measurable families of Hilbert space operators*, J. Math. Anal. Appl., **555**(2) (2026), 130181.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2025.130181>
- a.2. D. S. Cvetković Ilić, H. Stanković, *Numerical radius symmetry and relations of Birkhoff-James and numerical radius orthogonality for different classes of operators*, J. Math. Anal. Appl., **541**(1) (2025), 128690.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2024.128690>

- a.3. **H. Stanković**, *Kleinecke-Shirokov theorem: A version for isometric transformations*, Analysis and Mathematical Physics, **15**(54) (2025).  
<https://doi.org/10.1007/s13324-025-01057-7>
- a.4. **H. Stanković**, *Spherical  $p$ -quasinorms of operator tuples*, J. Math. Anal. Appl., **542**(2) (2025), 128826.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2024.128826>
- a.5. S. Aljawi, K. Feki, **H. Stanković**, *Jointly  $A$ -hyponormal  $m$ -tuple of commuting operators and related results*, AIMS Mathematics, **9**(11) (2024), 30348–30363.  
<https://doi.org/10.3934/math.20241464>
- a.6. D. S. Cvetković Ilić, **H. Stanković**, *On normal complements*, J. Math. Anal. Appl., **535**(2) (2024), 128216.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2024.128216>
- a.7. **H. Stanković**, *Spherical Mean Transform of Operator Pairs*, J. Math. Anal. Appl., **530**(2) (2024), 127743.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127743>

**6) Радови објављени у водећим међународним часописима категорије M21:**

- 6.1. N. Altwaijry, C. Conde, K. Feki, **H. Stanković**, *An extension of the generalized mean transform of Hilbert space operators*, Results in Mathematics, **80**(204) (2025).  
<https://doi.org/10.1007/s00025-025-02520-4>
- 6.2. N. Altwaijry, C. Conde, K. Feki, **H. Stanković**, *Operator norm of certain sums of orthogonal projections in Hilbert spaces*, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, **48**(157) (2025).  
<https://doi.org/10.1007/s40840-025-01939-w>
- 6.3. N. Altwaijry, K. Feki, **H. Stanković**, *On  $p$ -joint spectral radius of operators in Hilbert spaces and related results*, Linear and Multilinear Algebra, **73**(5) (2025), 985–1001.  
<https://doi.org/10.1080/03081087.2025.2464647>
- 6.4. **H. Stanković**, *On Fong-Tsui conjecture and binormality of operators*, Mathematica Slovaca, **75**(5) (2025), 1221–1228.  
<https://doi.org/10.1515/ms-2025-0088>
- 6.5. **H. Stanković**, *Spherically quasinormal tuples:  $n$ -th root problem and hereditary properties*, Complex Analysis and Operator Theory, **19**(156) (2025).  
<https://doi.org/10.1007/s11785-025-01784-6>
- 6.6. **H. Stanković**, *Joint paranormality: Bridging the gap between hyponormal and normaloid tuples*, Linear and Multilinear Algebra, **73**(13) (2025), 3004–3018.  
<https://doi.org/10.1080/03081087.2025.2489422>
- 6.7. **H. Stanković**, *Polynomially accretive operators*, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, **54**(2) (2025), 516–528.  
<https://doi.org/10.15672/hujms.1421159>



- 6.8. H. Stanković, M. Krstić, I. Damnjanović, *Some properties of the  $q$ -numerical radius*, Linear and Multilinear Algebra, **73**(8) (2025), 1736–1757.  
<https://doi.org/10.1080/03081087.2024.2438927>
- 6.9. H. Stanković, K. Kubrusly, *On roots of normal operators and extensions of Ando's Theorem*, Annals of Functional Analysis, **16**(60) (2025).  
<https://doi.org/10.1007/s43034-025-00455-z>
- 6.10. N. Altwaijry, C. Conde, K. Feki, H. Stanković, *New Results on some Transforms of Operators in Hilbert Spaces*, Bull. Braz. Math. Soc., New Series, **55**(42) (2024).  
<https://doi.org/10.1007/s00574-024-00416-5>
- 6.11. N. Altwaijry, C. Conde, K. Feki, H. Stanković, *Schatten  $p$ -norm related to some Transforms of Operators*, Communications on Pure and Applied Analysis, **23**(12) (2024), 1990–2004.  
<https://doi.org/10.3934/cpaa.2024078>
- 6.12. H. Stanković, *Spherical Heinz transform of operator tuples*, Zeitschrift für Analysis und ihre Anwendungen, (2024).  
<https://doi.org/10.4171/ZAA/1787>
- 6.13. H. Stanković, *Conditions implying self-adjointness and normality of operators*, Complex Analysis and Operator Theory, **18**(149) (2024).  
<https://doi.org/10.1007/s11785-024-01596-0>
- 6.14. H. Stanković, *Subnormal  $n$ -th roots of matricially and spherically quasinormal pairs*, Filomat, **37**(16) (2023), 5325–5331.  
<https://doi.org/10.2298/FIL2316325S>
- 6.15. H. Stanković, *Solvability of  $A_iXB_i = C_i$ ,  $i = \overline{1,2}$ , with applications to inequality  $C \leq AXB$* , Advances in Operator Theory, **8**(35) (2023).  
<https://doi.org/10.1007/s43036-023-00265-x>
- 6.16. H. Stanković, *Generalized powers and generalized logarithms of operators*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo Series 2, **72** (2023), 3829–3840.  
<https://doi.org/10.1007/s12215-023-00867-7>

**в) Радови објављени у међународним часописима категорије М22:**

- в.1. H. Stanković, M. Krstić, *Spectral radius subadditivity for integrals of operator-valued functions*, Analysis Mathematica, **51** (2025), 997–1009.  
<https://doi.org/10.1007/s10476-025-00111-7>
- в.2. H. Stanković, *Converse of Fuglede Theorem*, Operators and Matrices, **17**(3) (2023), 705–714.  
<https://doi.org/10.7153/oam-2023-17-46>

г) Радови саопштени на научним скуповима националног значаја, штампани у изводу (категорија М64)

г.1. Н. Stanković, „Converse of Fuglede Theorem”, 15. српски математички конгрес, Математички факултет, Универзитет у Београду, 19-22. јун 2024. године.

д) Одбрањена докторска дисертација (М70):

д.1. Хранислав Станковић, „Subnormal operators: a multivariable operator theory perspective”, Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет у Нишу, ментор: проф. др Драгана Цветковић Илић, одбрањена 4. 7. 2024. године.

## 2.2. Квантификација и цитираност научноистраживачких резултата

Резултати научноистраживачког рада др Хранислава Станковића представљени су у врхунским међународним часописима. Велики број (13) самосталних радова указује на висок ниво самосталности у истраживању. Број цитата (укључујући и аутоцитате) и одговарајући h-индекс су 35 и 3 према Scopus цитатној бази, 34 и 3 према бази Web of Science, односно 78 и 5 према Google Scholar Citation.

| Врста резултата | Вредност резултата | Број резултата кандидата | Вредност резултата кандидата |
|-----------------|--------------------|--------------------------|------------------------------|
| M21a            | 12                 | 7                        | 84                           |
| M21             | 8                  | 16                       | 128                          |
| M22             | 5                  | 2                        | 10                           |
| M64             | 0.5                | 1                        | 0.5                          |
| M70             | 6                  | 1                        | 6                            |
| Укупно          |                    | 27                       | 228.5                        |

## 2.2. Учешће у научноистраживачким пројектима

Кандидат др Хранислав Станковић је 2019. и 2020. године био учесник научноистраживачког пројекта „Проблеми нелинеарне анализе, теорије оператора, топологије и примена” (ОИ17402), финансираног од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

## 3. АНАЛИЗА НАУЧНИХ РАДОВА

Област научноистраживачког рада кандидата др Хранислава Станковића је функционална анализа и теорија оператора.

Вишедимензионалном теоријом оператора баве се радови а.1, а.4, а.5, б.3, б.5, б.6, б.14, в.1 и в.2.

Рад а.1 проширује концепте спектралног и нумеричког радијуса са појединачних оператора и  $d$ -торки оператора на слабо\* мерљиве фамилије оператора  $\mathcal{T} = (T_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$  дефинисане на Хилбертовом простору. Уводи се елементарни оператор  $\Theta_{\mathcal{T}}(X) = \int_{\Lambda} T_\lambda^* X T_\lambda d\mu(\lambda)$



као кључни алат за дефинисање сферичне норме фамилије, показујући да важи једнакост  $\|\mathcal{T}\| = \|\Theta_{\mathcal{T}}(I)\|^{\frac{1}{2}}$ . Уводи се појам нумеричког ранга  $\mathcal{W}(\mathcal{T})$  као скупа мерљивих функција, за разлику од класичног скаларног скупа вредности. Доказано је да је овај скуп конвексан у одређеним случајевима. Сферични нумерички радијус дефинисан је као  $\omega(\mathcal{T}) = \sup_{w \in \mathcal{W}(\mathcal{T})} \|w\|_{L^2}$ , уз успостављање низа неједнакости које га повезују са нормом фамилије, генерализујући познате релације за  $d$ -торке оператора. Значајан део рада посвећен је алгебарском спектралном радијусу фамилије. Доказана је фундаментална формула која повезује спектрални радијус са елементарним оператором:  $r(\mathcal{T}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \|\Theta_{\mathcal{T}}^n(I)\|^{\frac{1}{2n}}$ . Главни резултат у овом сегменту је теорема која тврди да за нормалну фамилију (фамилију комутирајућих нормалних оператора) важи једнакост спектралног радијуса и норме, тј.,  $r(\mathcal{T}) = \|\mathcal{T}\|$ . Урађена је анализа нормалоидних фамилија уз конструкцију примера који показују суштинску разлику између нормалоидне фамилије и фамилије нормалоидних оператора.

У раду **a.4** уводи се и истражује појам сферичне  $p$ -квазинорме за  $d$ -торке оператора  $\mathbf{T} = (T_1, \dots, T_d)$ , дефинисане као  $\|\mathbf{T}\|_{Q,p} := \|\|\mathbf{T}\|_p\| = \left\| \sum_{k=1}^d |T_k|^p \right\|^{\frac{1}{p}}$ , за  $p > 0$ . Коришћење ове квазинорме омогућава генерализацију резултата из класичне вишедимензионалне теорије оператора. Испитују се опште особине ове квазинорме, укључујући релације између различитих вредности  $p$ . Успостављају се везе између  $p$ -квазинорме и других операторних норми и  $p$ -нумеричког радијуса за  $p \geq 1$ . Однос са  $p$ -операторном нормом  $\|\mathbf{T}\|_p$  зависи од  $p$ : за  $p \geq 2$  важи  $\|\mathbf{T}\|_p \leq \|\mathbf{T}\|_{Q,p}$ , док за  $1 \leq p < 2$  важи  $\|\mathbf{T}\|_{Q,p} \leq \|\mathbf{T}\|_p$ . За ортогоналну нормалну  $d$ -торку  $\mathbf{T}$  важе значајне једнакости које имплицирају да се у овом специјалном случају  $p$ -квазинорма поклапа са максимумом норми координата  $d$ -торке, независно од  $p$ . Користећи везу између  $p$ -нумеричког радијуса и хипо- $p$  нумеричког радијуса, показано је да за  $p > 1$  важи и  $\|\mathbf{T}\|_{Q,p} = \omega_p(\mathbf{T})$ . Разматра се такође и асимптотско понашање  $p$ -квазинорми када  $p \rightarrow 0^+$ , и горња граница за норму производа оператора. На основу тога, изведен је резултат да ако постоји  $\varepsilon, \kappa > 0$  такво да  $\|\mathbf{T}\|_{Q,p} \leq \kappa d^{1/p}$  за  $p \in (0, \varepsilon)$ , тада је  $\|\prod_{k=1}^d T_k\| \leq \kappa^d$ , где је  $\mathbf{T}$  нормална  $d$ -торка.

У раду **a.5** истражује се класа здружено  $A$ -хипонормалних оператора индукованих позитивним оператором  $A$  на комплексном Хилбертовом простору  $\mathcal{X}$ , радећи у контексту семи-Хилбертових простора. Главни теоријски допринос је доказ да ако је  $\mathbf{B} = (B_1, \dots, B_m)$  здружено  $A$ -хипонормална  $m$ -торка комутирајућих оператора, онда је  $\mathbf{B}$   $A$ -нормалоид, тј.  $r_A(\mathbf{B}) = \|\mathbf{B}\|_A$ . Доказ се заснива на показивању да низ норми  $\{\|\Theta_{\mathbf{B}}^k(I)\|_A\}_{k \in \mathbb{N}}$  мора бити  $\log$ -конвексан (где је  $\Theta_{\mathbf{B}}$  елементарни оператор индукован  $m$ -торком  $\mathbf{B}$ ), што директно повлачи неједнакост  $\|\Theta_{\mathbf{B}}(I)\|_A^n \leq \|\Theta_{\mathbf{B}}^n(I)\|_A$  и, коначно, тражену једнакост. Као директна последица овог резултата за  $A = I$ , добијена је горња граница за растојање између две здружено хипонормалне  $d$ -торке оператора, изражена преко њихових Тејлорових спектара:  $\|\mathbf{B} - \mathbf{C}\| \leq \sqrt{2} \max\{\|\eta - \nu\|_2; \eta \in \sigma_T(\mathbf{B}), \nu \in \sigma_T(\mathbf{C})\}$ . На крају, доказана је Левнер-Хајнцова неједнакост у семи-Хилбертовим просторима:  $0 \leq_A S \leq_A T \implies 0 \leq_A S^\gamma \leq_A T^\gamma$  за  $T, S \geq 0$  и  $\gamma \in (0, 1]$ .

Рад **b.3** генерализује концепт спектралног радијуса за  $d$ -торке оператора Хилбертовог простора уводећи појам генерализованог еуклидског спектралног радијуса  $r_{h,p}(\mathbf{T})$ , где  $p \in [1, \infty]$ . Главни резултат је доказ једнакости између овог новог концепта и добро познатог  $p$ -спектралног радијуса  $r_p(\mathbf{T})$  за сваку комутирајућу  $d$ -торку оператора  $\mathbf{T}$ :  $r_{h,p}(\mathbf{T}) = r_p(\mathbf{T})$ . Као последица ове једнакости, успостављају се неједнакости које повезују  $p$ -спектрални радијус са другим  $p$ -нормама и радијусима познатим у литератури. Рад уводи и истражује нове класе  $d$ -торке оператора: комутирајућа  $d$ -торка  $\mathbf{T}$



је  $p$ -нормалоид ако је  $r_p(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}\|_p$ . Показано је да је овај услов еквивалентан једнакости  $\omega_p(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}\|_p$ , као и једнакости  $\|\mathbf{T}\|_{h,p} = \|\mathbf{T}\|_p$ ; комутирајућа  $d$ -торка  $\mathbf{T}$  је  $p$ -спектралоид ако је  $r_p(\mathbf{T}) = \omega_p(\mathbf{T})$ . Показано је да је свака ортогонална нормална  $d$ -торка  $p$ -нормалоид за  $p \in [2, +\infty]$ , као и да је свака здружено  $p$ -хипонормална  $d$ -торка комутирајућих оператора  $p$ -спектралоид за све  $p \in [1, +\infty]$ . На крају, дат је пример који показује да се једнакости  $r_2(\mathbf{T}) = \omega_2(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}\|_2$ , које важе за нормалне  $d$ -торке оператора, не могу проширити на све  $p \neq 2$ , демонстрирајући да нормална  $d$ -торка не мора бити  $p$ -нормалоид за  $p \in [1, 2)$ .

У раду 6.5 истражене су особине сферично квазинормалних  $d$ -торки оператора, пружајући карактеризације и решавајући проблеме везане за корене и спектралне особине. Централни алат у анализи је елементарни оператор  $\Theta_{\mathbf{T}}(X) := \sum_{k=1}^d T_k^* X T_k$ . Доказује да је  $d$ -торка  $\mathbf{T}$  сферично квазинормална ако и само ако задовољава услов степеновања оператора  $\Theta_{\mathbf{T}}(I)$ , односно:  $\Theta_{\mathbf{T}}^n(I) = [\Theta_{\mathbf{T}}(I)]^n$ , за свако  $n \in \mathbb{N}$ . Користећи добијене карактеризације, показано је да степени сферично квазинормалних  $d$ -торки остају у истој класи. Најважнији резултат у овом делу је решење вишедимензионалне верзије проблема који су поставили Курто, Ли и Јун: доказано је да ако је  $\mathbf{T}$  субнормална  $d$ -торка и ако је  $\mathbf{T}^n$  сферично квазинормална за неко  $n \in \mathbb{N}$ , тада и  $\mathbf{T}$  мора бити сферично квазинормална. У другом делу рада анализирају се везе између чисте сферично квазинормалне  $d$ -торке  $\mathbf{T}$ , њеног минималног нормалног проширења  $\mathbf{N}$  и њеног дуала  $\mathbf{S}$ . Доказано је да  $\mathbf{T}$  наслеђује сферичну поларну декомпозицију од  $\mathbf{N}$ , у смислу да су фактори  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{P}$  „компресије” одговарајућих фактора од  $\mathbf{N}$  на потпростор  $\mathcal{H}$ . Коначно, рад успоставља спектралне релације између ових објеката. Као последица, показано је да је минимално нормално проширење  $\mathbf{N}$  Тејлор инвертибилно ако и само ако  $\mathbf{T}$  и  $\mathbf{S}$  имају затворене слике.

Рад 6.6 уводи и анализира концепт паранормалних  $d$ -торки оператора на Хилбертовим просторима, проширујући тиме класичну дефиницију паранормалних оператора на вишедимензионални контекст. Користи се елементарни оператор  $\Theta_{\mathbf{T}}(X) = \sum_{k=1}^d T_k^* X T_k$  као кључни алат за карактеризацију ове класе. У раду су установљене фундаменталне особине ове класе оператора, попут инваријантности на унитарну еквиваленцију и затворености у односу на јаку операторску топологију. Један од централних резултата у овом делу рада је доказ да се својство паранормалности преноси на степене, односно да уколико је  $d$ -торка  $\mathbf{T}$  паранормална, тада је и  $\mathbf{T}^n$  паранормална за свако природно  $n$ . Такође је изведена фундаментална неједнакост која повезује скаларни производ узастопних степена оператора  $\Theta_{\mathbf{T}}(I)$ . Коначно, истражени су и односи инклузије између различитих класа операторских  $d$ -торки. Показано је да је свака здружено хипонормална комутирајућа  $d$ -торка уједно и паранормална. Поред тога, доказано је да свака паранормална комутирајућа  $d$ -торка мора бити нормалоид, тј.,  $r(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}\|$ .

Рад 6.14 обрађује тему односа између операторских класа, фокусирајући се на то када субнормални  $n$ -ти корени оператора из неке класе оператора остају у тој класи. Иницијална мотивација потиче од отвореног питања из рада Р. Курта о томе да ли субнормалан оператор  $T$  чији је квадрат квазинормалан мора и сам бити квазинормалан. Иако је одговор на то питање већ дат од стране Пијечицког и Стохела за произвољан  $n$ -ти корен, овај рад пружа знатно једноставнији и елементарнији доказ те теореме, ослањајући се на познату лему о инваријантности потпростора под дејством оператора  $N^*N$  и теорему о комутантима позитивног оператора и његовог корена. Поред тога, рад генерализује резултате на вишедимензионални случај, фокусирајући се на сферичну и матрицијалну квазинормалност пара оператора  $\mathbf{T} = (T_1, T_2)$ .



У раду **в.1** испитивана су својства спектралног радијуса интеграла операторских функција на Банаховим просторима, са циљем генерализације субадитивности спектралног радијуса са коначних сума на интеграле. Прво се анализира проблем мерљивости скаларне функције  $\lambda \mapsto r(T_\lambda)$ . Доказано је да је ова функција мерљива уколико је фамилија оператора јако мерљива, или уколико је слабо мерљива у просторима који поседују Шаудерову базу, попут сепарабилних Хилбертових простора. Наведен је и пример који илуструје да у несепарабилним просторима мерљивост не мора да важи. Централни резултат рада односи се на Бохнер интеграбилне фамилије комутирајућих оператора. Доказано је да за такву фамилију  $(T_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$  важи интегрална неједнакост која проширује класичну теорему о субадитивности:

$$r\left(B \int_{\Lambda} T_{\lambda} d\mu(\lambda)\right) \leq \int_{\Lambda} r(T_{\lambda}) d\mu(\lambda).$$

Презентована су два доказа ове теореме: први се ослања на апроксимацију једноставним функцијама и Петисову теорему о мерљивости, док други користи теорију комутативних Банахових алгебри и Гелфандову теорију, посматрајући бикомутант фамилије оператора. У завршном делу рада разматрају се ограничења и проширења главног резултата. Кроз контрапример је показано да је претпоставка о Бохнеровој интеграбилности суштинска и да се не може заменити слабијим облицима интеграције.

У раду **в.2** се истражује однос између класа оператора, фокусирајући се на то када квазинормалност (или нормалност) производа два оператора повлачи исто својство за појединачне операторе. Главни део рада је посвећен обрату последице Фугледеове теореме, односно тражењу довољних услова под којима из нормалности производа  $T_1 T_2$  следи нормалност оператора  $T_1$  и  $T_2$ , претпостављајући да су они субнормални или квазинормални. Уведени су и решени сродни проблеми који се тичу квазинормалности производа. Међу најважнијим резултатима је обрат Фугледеове теореме која захтева, на пример, да  $T_1$  и  $T_2$  буду квазинормални, имају затворене слике и једнака језгра. Такође је доказано да, под условом сферичне квазинормалности и дисјунктних спектра оператора  $N_1^* N_1$  и  $N_2^* N_2$  (где је  $N_i$  нормално проширење оператора  $T_i$ ,  $i = 1, 2$ ), квазинормалност производа  $T_1 T_2$  повлачи да је пар **T** заправо здружено квазинормалан. Тиме се успоставља нова веза између различитих класа (квазинормалних) парова оператора.

Норме и операторне неједнакости тема су радова **а.2**, **б.2**, **б.8** и **б.15**.

Рад **а.2** се бави карактеризацијом симетричних оператора у односу на ортогоналност индуковану нумеричким радијусом ( $nr$ -ортогоналност) и поређењем  $nr$ -ортогоналности са Биркоф-Џејмс ортогоналношћу (ВЈ ортогоналност) за различите класе оператора. Конкретно, решен је проблем  $nr$ -леве симетричности: на комплексном Хилбертовом простору димензије веће од 1, једини ограничени оператор који је  $nr$ -лево симетричан је нула оператор. Рад такође даје неке парцијалне резултате за  $nr$ -десну симетричност за класу компактних оператора. Такође, истражује се када је ВЈ ортогоналност еквивалентна  $nr$ -ортогоналности за специфичне класе оператора. Показано је да ако је  $A = U|A|$  поларна декомпозиција нормалног оператора, услови  $U \perp_w |A|$  и  $U \perp_B |A|$  су еквивалентни услови да 0 припада затворењу нумеричког ранга оператора  $A$ . Коначно, разматра се веза између ВЈ ортогоналности оператора  $T$  и његових генерализованих Алугеових трансформација. Прецизније, ако је  $T$  нормалоид, тада  $\hat{T}(t) \perp_B f(\hat{T}(t)) \implies T \perp_B f(T)$  за било коју рационалну функцију  $f$  и  $t \in (0, 1)$ .

У раду **б.2** анализиране су норме линеарне комбинације ортогоналних пројекција на Хилбертовим просторима, са посебним фокусом на проширење познате Данкан



Тејлорове формуле за збир две пројекције. Истражује се проблем одређивања норме оператора облика  $\alpha P_N + \beta P_M$ , где су  $P_N$  и  $P_M$  ортогоналне пројекције на затворене потпросторе  $\mathcal{N}$  и  $\mathcal{M}$ , а  $\alpha$  и  $\beta$  скалари. Доказује се експлицитна формула, показујући да за ненула ортогоналне пројекције и реалне скаларе  $\alpha, \beta$  такве да је  $\alpha\beta \geq 0$ , важи једнакост:

$$\|\alpha P_N + \beta P_M\| = \frac{|\alpha| + |\beta| + \sqrt{(\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta\|P_N P_M\|^2}}{2}.$$

Овај резултат се изводи коришћењем Халмошове теореме о две пројекције, Шуровог комплемента и спектралне анализе одговарајућих операторских матрица. Поред главне формуле, рад анализира и специфичне геометријске конфигурације потпростора. Рад такође разматра случајеве са комплексним скаларима, где су изведени парцијални резултати. Као примену добијених резултата, изводи се генерализација Бузанине неједнакости за ортогоналне пројекције, пружајући прецизније оцене за скаларни производ  $\langle P_N x, y \rangle$ .

У раду **6.8** истраживана су својства  $q$ -нумеричког радијуса, означеног са  $\omega_q(\cdot)$ , за операторе на комплексном Хилбертовом простору. У раду су доказане оштрије доње границе за овај радијус у односу на норму оператора и стандардни нумерички радијус. Централни резултат рада је успостављање граница за  $q$ -нумерички радијус оператора дефинисаног као директан збир низа оператора. Доказано је да важи

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \omega_q(A_n) \leq \omega_q \left( \bigoplus_{n=1}^{+\infty} A_n \right) \leq \frac{|q| + 2\sqrt{1 - |q|^2}}{|q|} \sup_{n \in \mathbb{N}} \omega_q(A_n)$$

Ова неједнакост генерализује познату једнакост за стандардни нумерички радијус која се добија када је  $q = 1$ . Испитују се и аналитичке особине  $q$ -нумеричког радијуса посматраног као функције комплексне променљиве  $q$ . Утврђено је да је ова функција непрекидна на затвореном јединичном диску и да достиже свој максимум, који је једнак норми оператора. Поред тога, разматрана је и диференцијабилност ове функције. Рад такође пружа експлицитне формуле и процене за  $q$ -нумерички радијус специфичних  $2 \times 2$  операторских матрица.

Рад **6.15** се бави решавањем општег система операторских једначина  $A_i X B_i = C_i$ ,  $i = 1, 2$  на Хилбертовим просторима. У неким специјалним случајевима, приказани су потребни и довољни услови за постојање решења, хермитских решења и позитивних решења за овај систем, чиме се уопштавају ранији резултати који су се бавили системима са две једначине попут  $AX = C$  и  $XB = D$ . Кључна техника у анализи је коришћење Мур-Пенроузовог генерализованог инверза  $A^\dagger$  и Дагласове леме о инклузији слика оператора. Рад такође успоставља везу између решења оригиналног система и решења једноставнијег система једначина  $XB_1 = A_1^\dagger C_1$  и  $A_2 X = C_2 B_2^\dagger$ . Као главна примена добијених резултата, проучавана је решивост операторске неједнакости  $C \leq^* AXB$ , где  $\leq^*$  означава \*-уређење. Показано је да је решивост ове неједнакости еквивалентна решивости одговарајућег система операторских једначина. Ако су слике  $A$  и  $B$  (или  $C$ ) затворени, тада је неједнакост еквивалентна решивости класичне једначине  $C = AXB$ . На крају, изведени су општи облици решења за специјалне случајеве неједнакости  $C \leq^* AX$  и  $C \leq^* XB$ .

Трећа група радова, **а.7**, **6.1**, **6.10**, **6.11** и **6.12**, бави се операторским трансформацијама.



У раду **а.7** уводи се концепт сферичне средње трансформације за парове оператора  $(\mathcal{M}(\mathbf{T}))$ , чиме се генерализује појам средње трансформације из једнодимензионалног случаја на вишепроменљиви контекст. Ова трансформација је дефинисана као  $\mathcal{M}(\mathbf{T}) = \frac{1}{2}(V_1P + PV_1, V_2P + PV_2)$ , где је  $\mathbf{T} = (V_1P, V_2P)$  канонска сферична поларна декомпозиција операторског пара  $\mathbf{T}$ . Истражују се опште особине ове трансформације. Показано је да је операторски пар  $\mathbf{T}$  сферично квазинормалан ако и само ако је његова сферична средња трансформација једнака самом пару  $(\mathcal{M}(\mathbf{T}) = \mathbf{T})$ . Доказано је да сферична средња трансформација чува језгро операторског пара, тј.,  $\ker(\mathcal{M}(\mathbf{T})) = \ker(\mathbf{T})$ . Кључан теоријски резултат тиче се спектра: доказано је да за комутативне сферичне парцијалне изометрије  $\mathbf{V}$ , Тејлоров спектар остаје непромењен под трансформацијом, тј.,  $\sigma_T(\mathbf{V}) = \sigma_T(\mathcal{M}(\mathbf{V}))$ . У одељку посвећеном дводимензионалним тежинским шифтовима, дати су довољни услови под којима сферична средња трансформација чува сферичну  $p$ -хипонормалност шифтова. Ови услови укључују симетрију коефицијената шифта и задовољавање одређеног услова неједнакости који подсећа на Стилтјесов моментни услов.

У раду **б.1** уводи се и анализира нова трансформација оператора названа генерализована  $\nu$ -средња трансформација, дефинисана за оператор  $T$  са поларном декомпозицијом  $T = U|T|$  и параметре  $\nu, t \in [0, 1]$ . Ова трансформација представља проширење постојећих концепта попут Алугеове и средње трансформације, а дефинисана је изразом:  $\hat{T}_\nu(t) = \nu|T|^t U|T|^{1-t} + (1-\nu)|T|^{1-t} U|T|^t$ . Испитана су основна својства ове трансформације и њена веза са квазинормалним операторима. Значајан део рада посвећен је анализи ЕР оператора и понашању њихових језгара и слика под дејством ове трансформације. Главни резултат у овом контексту тврди да је  $T$  ЕР оператор и слика трансформације затворена ако и само ако је сама трансформација ЕР оператор и њихове слике се поклапају. Такође су изведени резултати за тежинске шифтове, дајући услове за њихову хипонормалност и квазинормалност у контексту нове трансформације. На крају, рад успоставља важне неједнакости које повезују норму и нумерички радијус оригиналног оператора са његовом трансформацијом.

Рад **б.10** бави се различитим трансформацијама везаним за ограничени линеарни оператор на Хилбертовом простору, укључујући Алугеову, Дугалову, генерализовану средњу и  $\lambda$ -средњу трансформацију. Циљ је утврдити везе између оператора  $T$  и његових трансформација, фокусирајући се на неједнакости норми и нумеричког радијуса, као и на услове под којима се оператор  $T$  подудара по норми са својим трансформацијама. У погледу нумеричког ранга, показано је да се затворење нумеричког ранга генерализоване средње трансформације  $\hat{T}(\lambda)$  налази унутар затворења нумеричког ранга оригиналног оператора  $T$ , што имплицира да  $\omega(\hat{T}(\lambda)) \leq \omega(T)$ . Рад представља уопштење и побољшање постојећих неједнакости везаних за норме. Посебан фокус стављен је на услове под којима важе једнакости у доказаним неједнакостима. Коначно, доказано је да ако је оператор  $T$  нормалоид, онда је  $\|T\| = \|\hat{T}^n(\lambda)\|^{1/n}$  за све  $n \in \mathbb{N}$  и  $\lambda \in (0, 1/2]$ , и сличан услов важи и за  $\lambda$ -средњу трансформацију  $M_\lambda(T)$ .

Рад **б.11** истражује везе између  $p$ -Шатенове норме  $(\|\cdot\|_p)$  и различитих трансформација оператора. У погледу неједнакости норми, рад генерализује и побољшава познате неједнакости за унитарно-инвариантну норму  $\|\cdot\|$ . Такође је показано да је  $\|T^D\| \leq \|T\|$ , где је  $T^D$  Дугалова трансформација, и да ова неједнакост може бити строга. За  $\lambda$ -средњу трансформацију, утврђена је неједнакост  $2\sqrt{\lambda - \lambda^2}\|\hat{T}\| \leq \|M_\lambda(T)\|$ . Главни фокус рада је на условима једнакости оператора и његових трансформација у  $p$ -Шатеновим нормама. На пример, у случају  $p = 1$  (траг норма), доказано је да  $\|M_\lambda(T)\|_1 = \|T\|_1$  ако



и само ако је  $\|T\|_1 = \|T^D\|_1$  и ако  $T$  и  $T^D$  имају исту парцијалну изометрију у поларној декомпозицији.

У раду **6.12** уведен је нови концепт у теорију операторских  $n$ -торки: сферична Хајнцова трансформација  $\hat{T}(t)$ , која генерализује појам генерализоване средње трансформације на вишепроменљиви операторски контекст. Ова трансформација је дефинисана за произвољно  $t \in [0, 1]$  и обухвата сферичну средњу трансформацију  $\hat{T}$  и сферичну Алугеову трансформацију  $\tilde{T}$  као специјалне случајеве. Описане су опште алгебарске и тополошке особине ове трансформације. Доказано је да трансформација очувава језгро  $n$ -торке оператора под благим условима и да поштује унитарну еквиваленцију. Такође, доказана је  $\|\cdot\|$ -непрекидност пресликавања  $T \mapsto \hat{T}(t)$  за  $t \in (0, 1)$ . Један од централних резултата тиче се неједнакости норми. Применом класичне Хајнцове неједнакости на матрицу оператора, добијена је неједнакост норми:  $\|\hat{T}(t)\| \leq \|\hat{T}\| \leq \|T\|$ . Аналогна неједнакост је доказана и за Еуклидску норму  $n$ -торке оператора. За заједнички нумерички радијус  $\omega(T)$  је доказана кључна неједнакост  $\omega(\tilde{T}) \leq \omega(\hat{T}(t)) \leq \frac{\omega(T) + \|T\|}{2}$ . У случају комутативних (или здружено хипонормалних)  $n$ -торки, та неједнакост се поопштава на  $\omega(\tilde{T}) \leq \omega(\hat{T}) \leq \omega(T)$ . Рад такође даје експлицитне формуле за сферичну Хајнцову трансформацију дводимензионалних тежинских шифтова, показујући да трансформисани оператор остаје у класи тежинских шифтова.

Специјалне класе оператора истраживане су у радовима **a.3**, **a.6**, **б.4**, **б.7**, **б.9**, **б.13** и **б.16**.

У раду **a.3** представљављена је изометријска верзија чувене Клајнек-Широковљеве теореме, која се односи на комутаторе типа  $[A, T]$  и  $[A, [A, T]]$ . Доказано је да ако је  $V \in \mathfrak{B}(\mathcal{H})$  квазинормална парцијална изометрија и  $T \in \mathfrak{B}(\mathcal{H})$  задовољава услов  $\mathcal{R}(T) \subseteq \mathcal{R}(V)$ , онда  $[V, [V, T]] = 0 \implies [V, T] = 0$ . Рад даље истражује последице и везе овог резултата са класичном теоријом. Прецизније, теорема се директно проширује на изометрије и унитарне операторе. Показано је да се класична Клајнек-Широковљева теорема за нормалне операторе може извести из резултата о унитарним операторима и Кејлијеве трансформације (за самокоњунговане операторе), чиме се успоставља веза између изометријског и нормалног случаја. Као последица, добијена је генерализација резултата Путнама и Ембри: оператор  $T$  је нормалан ако и само ако његов реални део комутира са  $[T^*, T]$ , тј.,  $[\operatorname{Re} T, [T^*, T]] = 0$ .

Рад **a.6** се бави проблемом комплетирања горње-троугаоне операторске матрице  $M_C = \begin{bmatrix} A & C \\ 0 & B^* \end{bmatrix}$  до нормалности, при чему се оператори  $A$  и  $B$  називају нормалним комплементима. У раду се дају различите карактеризације нормалних комплемената и истражују њихова заједничка спектрална својства. Кључна карактеризација утврђује да су  $A$  и  $B$  нормални комплементи ако и само ако су оба оператора хипонормална и ако постоји парцијална изометрија  $U$  са специфичним почетним и крајњим просторима која задовољава следеће операторске једначине:  $[A^*, A]U = U[B^*, B]$  и  $A^*[A^*, A]^{1/2}U = U[B^*, B]^{1/2}B$ . Важан структурални резултат је да су  $A$  и  $B$  нормални комплементи ако и само ако су њихови чисти делови  $A_p$  и  $B_p$  субнормални дуали. Даље, ако је један од оператора квазинормалан, онда су  $A$  и  $B$  нормални комплементи ако и само ако су њихови чисти делови унитарно еквивалентни. У делу о спектралним својствима доказано је да уколико су  $A$  и  $B$  нормални комплементи, тада  $0$  мора бити у спектру сваког оператора  $C$  који врши комплетирање. Показано је и да уколико је  $M_C$  Фредхолмов (или инвертибилан) за неко  $C \in \mathfrak{N}(A, B)$ , то повлачи да су  $A$  и  $B$  лево семи-Фредхолмови (односно лево инвертибилни). У случају да је један од оператора квазинормалан, ове



импликације постају еквиваленције (нпр.,  $M_C$  је инвертибилан ако и само ако су  $A$  и  $B$  лево инвертибилни).

Рад 6.4 се фокусира на анализу Фонг-Тсуијеве хипотезе, која тврди да ако ограничен линеарни оператор  $T$  на Хилбертовом простору задовољава неједнакост  $|T| \leq |\operatorname{Re} T|$ , тада тај оператор мора бити самокоњугован. У овом раду истражује се валидност хипотезе за класу бинормалних оператора, код којих комутирају  $T^*T$  и  $TT^*$ , као и за сродне класе оператора. У првом делу рада успоставља се кључна техничка лема која даје оцену самокомутатора за операторе који задовољавају услов хипотезе, у форми  $[T^*, T] \leq 2(|T| - \lambda I)^2$  за свако реално  $\lambda$ . Коришћењем спектралне теорије и особина спектралне мере, доказано је да ако бинормалан оператор задовољава услов  $|T| \leq |\operatorname{Re} T|$ , он мора бити кохипонормалан, односно задовољавати неједнакост  $T^*T \leq TT^*$ . На основу овога, потврђено је важење Фонг-Тсуијеве хипотезе за бинормалне операторе чији је имагинарни део компактан, као и за оне који су додатно 2-квазинормални. Завршни део рада бави се инјективним операторима. Показује се да хипотеза важи за инјективне семи-кохипонормалне операторе, користећи анализу граничне вредности низа оператора  $U^n|T|U^{*n}$ , где  $U$  потиче из поларне декомпозиције. Као директну последицу овог резултата и претходно установљене везе између бинормалности и кохипонормалности, рад закључује да је сваки инјективан бинормалан оператор који задовољава полазну неједнакост нужно самокоњугован.

У раду 6.7 уведена је нова класа оператора на комплексном Хилбертовом простору  $\mathcal{H}$ , названа полиномијално акретивни оператори, чиме се генерализују акретивни и  $n$ -акретивни оператори. Елементарне особине показују да  $p$ -акретивност остаје непромењена при унитарној еквиваленцији и при редукцији на редукујуће потпросторе. Главни фокус је на утврђивању структуре  $p$ -акретивних оператора који су уједно и 2-нормални. Ови резултати имају снажне последице у вези са  $n$ -нормалношћу. Доказано је да је оператор  $T$  2-нормалан и  $(2k+1)$ -акретиван ако и само ако се може разложити као  $T = T_1 \oplus T_2$ , где је  $T_1$  нормалан и  $(2k+1)$ -акретиван, а  $T_2$  нилпотентан оператор индекса 2. Стога, сваки такав оператор  $T$  мора бити  $n$ -нормалан за све  $n \geq 2$ . Коначно, ако је  $T$  2-нормалан и  $(2k+1)$ -акретиван, додавање благих услова као што је инјективност  $T$ , повлачи да и  $T$  мора бити нормалан.

Рад 6.9 се бави проширењем Андове теореме која тврди да уколико је  $T$  паранормалан оператор и постоји природан број  $n$  такав да је  $T^n$  нормалан, тада је и сам оператор  $T$  нормалан. У овом раду се генерализује овај резултат на шире класе  $k$ -паранормалних и апсолутно- $k$ -паранормалних оператора. Прецизније, утврђује се да ако је оператор  $T$   $k$ -паранормалан или апсолутно- $k$ -паранормалан за неко  $k \in \mathbb{N}$ , и ако постоји  $n \in \mathbb{N}$  такво да је  $T^n$  нормалан, тада оператор  $T$  мора бити нормалан. Ово се доказује коришћењем помоћне леме која показује да корен скаларног оператора у овим класама мора бити нормалан. Други кључни резултат односи се на  $k$ -квази-паранормалне операторе на сепарабилном Хилбертовом простору. Доказано је да ако  $T$  припада овој класи и  $T^n$  је нормалан, тада се  $T$  разлаже на следећи начин:  $T = T' \oplus T''$ , где је  $T'$  нормалан оператор, а  $T''$  је нилпотентан оператор чији је индекс нилпотентности мањи или једнак од  $n$  и  $k+1$ . Доказ се ослања на теорију директних интеграла вон Нојманових алгебри, разлагањем оператора  $T$  у односу на алгебру генерисану са  $T^n$ .

У раду 6.13 су дате нове карактеризације самокоњугованих и нормалних оператора на Хилбертовом простору  $\mathcal{H}$ . Истраживање је мотивисано Фонг-Тсуијевом хипотезом и њеном парцијалном потврдом у коначно-димензионалном случају, која тврди да је оператор  $T$  самокоњугован ако и само ако је  $|T| \leq |\operatorname{Re} T|$ . У раду се доказује гене-



рализиација: за коначно-димензионалан Хилбертов простор  $\mathcal{H}$ , оператор  $T$  је самоконјунгован ако и само ако постоји  $p > 0$  такво да је  $|T|^p \leq |\operatorname{Re} T|^p$ . Слично томе, ако су  $T$  и  $\operatorname{Re} T$  инвертибилни,  $T$  је самоконјунгован ако и само ако је  $\log |T| \leq \log |\operatorname{Re} T|$ . У делу посвећеном поларној декомпозицији  $T = U|T|$ , показана је еквиваленција између самоконјунгованости оператора  $T$  и тога да је  $T$   $p$ -хипонормалан (или  $\log$ -хипонормалан) и да је његов парцијално-изометријски део  $U$  самоконјунгован. Такође је дат пример да самоконјунгованост парцијалне изометрије  $U$  није довољан услов, већ се мора комбиновати са неким својством генерализоване нормалности ( $p$ -хипонормалност или  $\log$ -хипонормалност). Коначно, рад се бави условима за нормалност оператора  $T$  намећањем геометријских ограничења на спектар парцијалне изометрије  $U$ . Доказано је да ако је  $T$   $p$ -хипонормалан (или инвертибилан и  $\log$ -хипонормалан) и ако спектар оператора  $U$  без нуле лежи на теменима правилног полигона на јединичној кружници, тада је оператор  $T$  нужно нормалан.

Рад 6.16 се надовезује на недавно уведени концепт генерализованих степена оператора ( $A^B = e^{B \log A}$ ), где су и база  $A$  и експонент  $B$  оператори. Утврђивањени су потребни услови да би генерализовани степен  $A^B$  био позитиван и инвертибилан, чиме су решени неки недостаци у постојећој литератури. Такође, одговорено је на отворено питање у вези са монотоншћу пресликавања  $T \mapsto A^T$ , демонстрирајући да Левнер-Хеинз неједнакост нема директну аналогију у општем некомутативном случају за генерализоване степене. Кључни новоуведени концепт је генерализовани логаритам оператора  $(\log_A B)$ , дефинисан за одговарајуће позитивне операторе  $A$  и  $B$  као  $\log_A B = \log(B)(\log A)^{-1}$ . Дата је карактеризација овог логаритма као јединственог самоконјунгованог решења операторске једначине  $A^T = B$  које комутира са  $A$ . Даље, проширена је Бејкер-Кембел-Хауздорфова формула и доказана је Ли-Тротерова формула за генерализоване степене, што је омогућило уклањање неких стриктних услова комутативности.

#### 4. НАСТАВНО-ПЕДАГОШКИ РАД

Др Хранислав Станковић је још пре избора у сарадничко звање, као истраживач-приправник на Природно-математичком факултету у Нишу, био укључен у наставне активности у виду извођења вежби на основним и мастер академским студијама. Од јануара 2021. године ради као асистент при Катедри за математику на Електронском факултету Универзитета у Нишу. У том периоду био је ангажован за извођење вежби из предмета Математика 1, Математика 2, Математика 3, Вероватноћа и статистика, Математички методи, Математичке основе теорије система и Нумерички алгоритми. Школске 2025/2026. године ангажован је и за извођење вежби из предмета Математика 1 на енглеском језику.

Приступно предавање на тему „Криволинијски интеграл и примене“ др Хранислав Станковић је одржао 16.12.2025. године пред Комисијом која је утврдила одличне педагошке способности кандидата.

#### 5. ЕЛЕМЕНТИ ДОПРИНОСА АКАДЕМСКОЈ И ШИРОЈ ЗАЈЕДНИЦИ

Кандидат др Хранислав Станковић подржава наставне академске активности које не носе ЕСПБ бодове. Са успехом учествује у припреми студената за такмичења у знању из математике на сусретима студената Електријада. Такође, члан је Комисије за организацију и спровођење пријемног испита на Електронском факултету.



Рецензирао је научне радове у реномираним међународним часописима, као што су Journal of Mathematical Analysis and Applications, Axioms, Filomat, Bulletin of the Korean Mathematical Society и други.

## 6. МИШЉЕЊЕ О ИСПУЊЕНОСТИ УСЛОВА ЗА ИЗБОР

Увидом у приложени конкурсни материјал, Комисија је закључила да је др Хранислав Станковић остварио запажене научне резултате, што је потврђено објављивањем великог броја научних публикација, учешћем у научним пројектима и научним скуповима, као и рецензирањем за реномиране издавачке куће. Такође, успешно је учествовао у реализацији наставе из више предмета на академским студијама, као и у ваннаставним активностима којима доприноси развоју наставно-научног подмлатка и широј академској заједници. На основу свеобухватне анализе досадашњег рада кандидата, као и извештаја Комисије за оцену испуњености критеријума за покретање поступка за пријаву докторске дисертације, покретање поступка за оцену и одбрану докторске дисертације и изборе у звања наставника на Електронском факултету у Нишу, Комисија констатује да др Хранислав Станковић испуњава све услове предвиђене Законом о високом образовању Републике Србије, Статутом Универзитета у Нишу, Ближим критеријумима за избор у звања наставника Универзитета у Нишу и Статутом Електронског факултета за избор у звање **доцент** за ужу научну област Математика на Електронском факултету у Нишу.

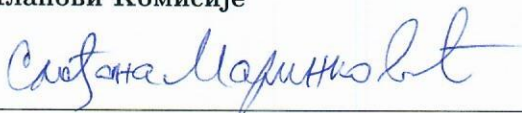
## 7. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно изложено, Комисија предлаже да се кандидат **др Хранислав Станковић** изабере у звање **доцент** за ужу научну област **Математика**.

У Нишу,

22. 12. 2025. год.

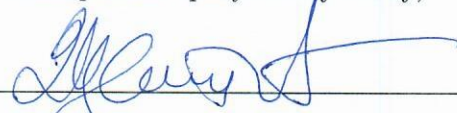
Чланови Комисије



1. др Слађана Маринковић, редовни професор  
Електронског факултета у Нишу,



2. др Душан Милошевић, редовни професор  
Електронског факултета у Нишу,



3. др Драгана Цветковић Илић, редовни професор  
Природно-математичког факултета у Нишу.